حل نموذج بجروت

(807)-582

موعد شتاء 2022

طاقم الرياضيات

معهد IQ

سؤال 1

بحسب المعطيات:

* $(t,0)$ هي احداثيات بؤرة قطع مكافئ بسيط (قانوني) (برابولا)

** $(t,0)$ هي ايضًا احداثيات بؤرة قطع ناقص (الليبسا).

*** وطول المحور الرئيسي للقطع الناقص هو $4t$.

* نجد معادلة القطع المكافئ (البرابولا).

بؤرة قطع مكافئ من الصورة $y^2=2px$ تحقق:

نفرض $(x_F,0)$ بؤرة القطع المكافئ لذلك يتحقق $x_F=\frac{p}{2}$

وبالتالي بما أن $(t,0)$ هي البؤرة إذًا يتحقق $\frac{p}{2}=t$

اذًا $\boxed{p=2t}$ ومعادلة القطع المكافئ - البرابولا - هي

$$y^2=2px \Longrightarrow \boxed{y^2=4tx}$$

* نجد معادلة القطع الناقص الليبسا:

الصورة العامة لمعادلة الليبسا بسيطة هي:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

بحيث يتحقق: إحداثيات البؤرتين للقطع الناقص هي:

$(c,0)$ و $(-c,0)$ $\boxed{c>0}$

ومجموع أبعاد كل نقطة على القطع الناقص عن البؤرتين هو $2a$ وهو طول المحور الرئيسي اي يتحقق:

$$\boxed{a=2t} \Longleftarrow 2a=4t$$

واحداثيات البؤرة $(c,0)$ هي $(t,0)$ $\Leftarrow$ $\boxed{c=t}$

العلاقة بين a و b و c هي: $c^2=a^2-b^2$

$$\Rightarrow t^2=(2t)^2-b^2 \Rightarrow b^2=4t^2-t^2=3t^2 \Rightarrow \boxed{b^2=3t^2}$$

اذًا معادلة القطع الناقص

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \Rightarrow \boxed{\frac{x^2}{4t^2}+\frac{y^2}{3t^2}=1}$$

ب- معطى أنّ دليل القطع المكافئ ($X=\frac{-P}{2}$) أي معادلته هي $\boxed{X=t}$ ، ويقطع القطع الناقص (אליפסה)

في نقطتين A و B بحيث A تقع فوق B.

نعوض $X=-t$ في معادلة القطع الناقص (אליפסה)

ونجد y:

$$\frac{(-t)^2}{4t^2}+\frac{y^2}{3t^2}=1$$

$$\frac{\cancel{t^2}}{4\cancel{t^2}}+\frac{y^2}{3t^2}=1 \Rightarrow \frac{y^2}{3t^2}=\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow y^2=\frac{9t^2}{4} \Rightarrow y=\pm\sqrt{\frac{9t^2}{4}}=\pm\frac{3t}{2}$$

بما أنّ A تقع فوق B إذاً

$\boxed{A\left(-t,\frac{3}{2}t\right)}$ $\boxed{B=\left(-t,\frac{-3t}{2}\right)}$

ج- المستقيم الذي يمر في بؤرة القطع المكافئ ويعامد المحور X

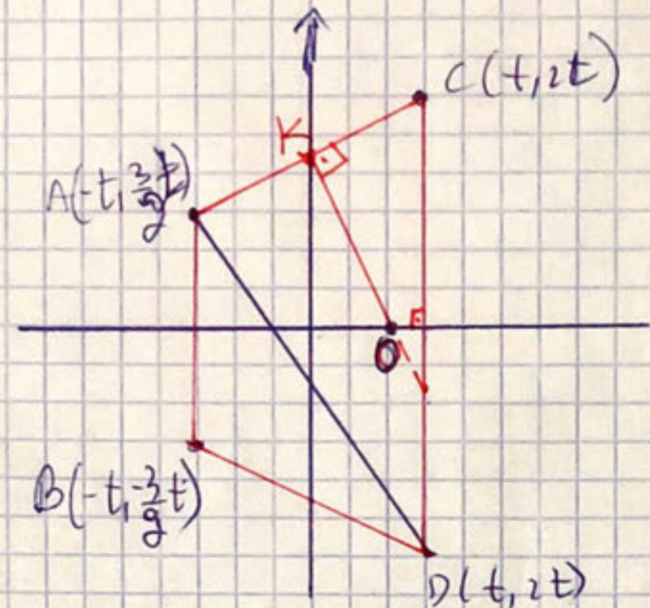
معادلته من الصورة : $x=t$

نعوض في معادلة القطع المكافئ (البرابولا)

$$y^2=4tx \Rightarrow y^2=4\cdot t\cdot t \Rightarrow y^2=4t^2$$

$$\Rightarrow y=\pm\sqrt{4t^2} \begin{cases} y_1=2t \Rightarrow C:(t,2t) \\ y_2=-2t \Rightarrow D:(t,-2t) \end{cases}$$

* معطى ان النقطة C تقع فوق النقطة D.



$OK \perp AC$

لذلك ميل OK.

يتحقق:

$\text{ميل } OK = \frac{-1}{\text{ميل } AC}$

ميل AC هو:

$\text{ميل } AC = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2t - 1.5t}{t-(-t)} = \frac{0.5\cancel{t}}{2\cancel{t}} = 0.25$

اذا ميل OK هو

$\text{ميل } OK = \frac{-1}{0.25} = -4$

من جهة أخرى ميل OK ممكن التعبير عنه حسب $\frac{\Delta y}{\Delta x}$

يتحقق:

$\text{ميل } OK = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1.75t - 0}{0 - m} = -4$

$O:(m,0)$

$K:(0, \frac{7}{4}t)$
$(0, 1.75t)$

$\Rightarrow 1.75t = 4m$

$\frac{1.75}{4}t = m$

$\boxed{0.4375 = m}$ أو $\boxed{\frac{7}{16} = m}$

اذا إحداثيات مركز الدائرة $\boxed{O(0.4375, 0)}$ أو $\boxed{O(\frac{7}{16}, 0)}$

سؤال 8

أ. بحسب المعطيات:

معادلة المستوى Π_1 هي:

$\Pi_1: z-3=0$

معادلة المستوى Π_2 هي:

$\Pi_2: ay+z-8=0$ $\quad a\neq 0$

معلوم أن الزاوية بين Π_1 و Π_2 هي 45°.

* الزاوية بين مستويين هي الزاوية بين المتجهين العاموديين للمستويين.

ونحسبه متجه عوامل معادلة المستوى - וקטור נורמל

الذي يعامد المستوى ويحقق -

$u_1=(0,0,1)$ متجه يعامد Π_1 و $|u_1|=1$

$u_2=(0,a,1)$ متجه يعامد Π_2 و: $|u_2|=\sqrt{1+a^2}$

الزاوية بين مستويين تحقق:

$$\cos(45^\circ)=\frac{|u_1\cdot u_2|}{|u_1|\cdot|u_2|}=\frac{|(0,0,1)\cdot(0,a,1)|}{1\cdot\sqrt{1+a^2}}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{\sqrt{1+a^2}} \xrightarrow{(\;)^2} \frac{2}{4}=\frac{1}{1+a^2}$$

$$\Rightarrow 2+2a^2=4 \Rightarrow 2a^2=2 \Rightarrow a^2=1$$

$$\boxed{a=\pm 1}$$

ب. $A(2,-2,6)$ تقع على أحد المستويين

واضح أن النقطة A لا تحقق معادلة Π_1. نفحص لأي قيم a

النقطة A تحقق Π_2: - نفرض $a=1 \Leftarrow \Pi_2: y+z-8=0$

$A \Rightarrow -2+6-8=-4\neq 0 \Rightarrow$ A لا تقع على Π_2 عندما $a=1$

نفرض $a=-1 \Leftarrow \Pi_2: -y+z-8=0 \leftarrow$ نعوض $A(2,-2,6)$

$-(-2)+6-8=0 \Rightarrow 0=0$

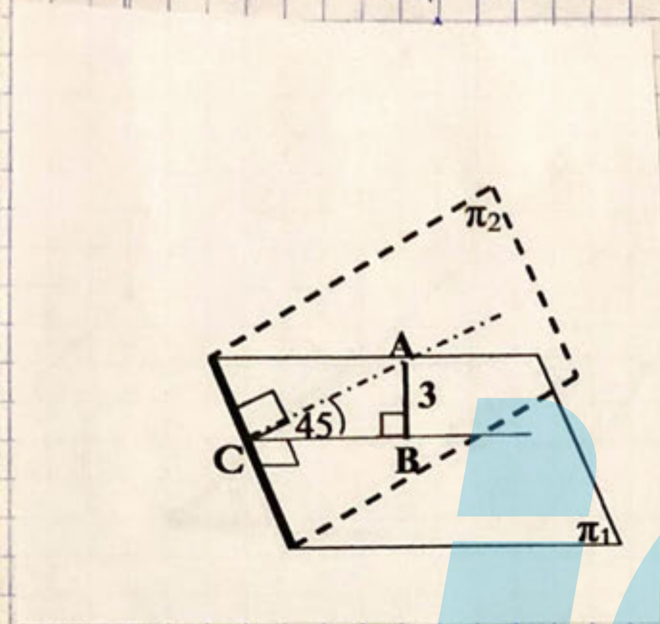
و A تقع على Π_2 عندما $\boxed{a=-1}$

اذاً النقطة $A(2,-2,6)$ تقع على المستوى π_2 بحيث

$\pi_2: -y+z-8=0$

من النقطة A انزلنا عموداً على π_1 الذي يقع في π_1 في النقطة B

اي ان $AB \perp \pi_1$ وبالتالي طول AB هو بعد النقطة A عن π_1



بعد A عن π_1 نجده من خلال

قانون بعد نقطة عن مستوى:

$$d=AB=\frac{|ax_A+by_A+cz_A+D|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$$

حسب المعطيات:

$\pi_1 = z-3=0$ $[0x+0y+z-3=0]$

$A(2,-2,6)$

$$AB=\frac{|0+0+6-3|}{\sqrt{0+0+1}}=\frac{3}{1}=3$$

اذاً $\boxed{AB=3}$

ج. l هو تقاطع المستويين π_1 و π_2 نجد تمثيله البارامتري

$\pi_1: z-3=0$

$\pi_2: -y+z-8=0$ $\Rightarrow (\pi_2-\pi_1) \Rightarrow -y-8+3=0$

$\boxed{y=-5}$

نعوض $y=-5$ في π_2 فنحصل $-(-5)+z-8=0 \Leftarrow \boxed{z=3}$

وبالتالي على كل نقطة على المستقيم l تتحقق أن $\boxed{y=-5}$, $\boxed{z=3}$

والاحداثي x ممكن ان يكون اي عدد من هنا يمكننا

اختيار احداثي x مختلف أياً كانا ونجد نقطتين على l

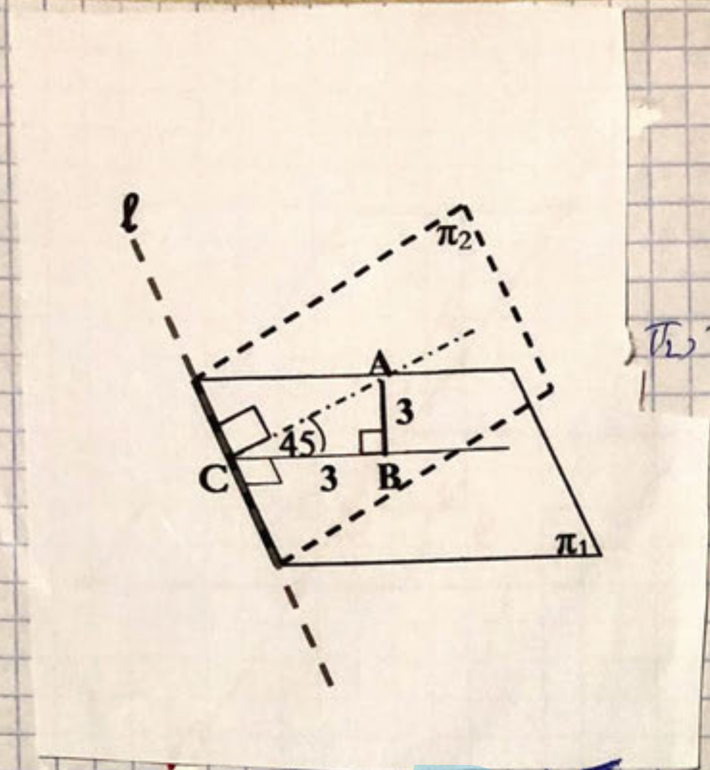
مثلاً: $(0,-5,3)$ و $(1,-5,3)$ وحسبهما التمثيل البارامتري لـ l

هو:

$l: \underline{X}=(0,-5,3)+t(1-0,0,0)$

$l: X=(0,-5,3)+t(1,0,0)$

د.



الوضع الموصوف بالسؤال
هو الوضع المبين بالرسم

ℓ هو مستقيم التقاطع بين π_1 و π_2
من B انزلنا عموداً على ℓ
الذي قطع ℓ في النقطة C.

$$S_{\Delta ABC} = \frac{AB \cdot BC}{2}$$

$$AB = 3$$

BC هو بُعد B عن المستوى π_1 ($\pi_1: z-3=0$)
واضح أن $BC = 3$

لأن الزاوية بين المستويين هي 45° إذن $\measuredangle ACB = 45$

وبالتالي المثلث ABC متساوي الساقين
$$AB = BC = 3$$

$$S_{\Delta ABC} = \frac{3 \cdot 3}{2} = \boxed{4.5}$$
وحدة مساحة

سؤال 3

$$Z_1 = (2a^2+5a+4) + (2a^2+3a+2)\cdot i$$

أ

$$Z_2 = (a^2+8a+8) + (2-a^2+2a)\cdot i$$

a بارامتر عدد حقيقي

أ- لكي يكون Z_1 و Z_2 عددين مترافقين يجب ان يتحقق:

I الجزء الحقيقي في العددين متساوي

وايضا

II الجزء التخيلي في العددين متضاد احدهما للآخر

اي يجب أن يتحقق:

$$\text{معا}\begin{cases} 2a^2+5a+4 = a^2+8a+8 & \text{I} \\ 2a^2+3a+2 = -(2-a^2+2a) & \text{II} \end{cases}$$

حل I:

$$2a^2+5a+4 = a^2+8a+8$$

$$a^2-3a-4=0$$

$$\boxed{a_1=-4} \text{ أو } \boxed{a_2=-1}$$

حل II:

$$2a^2+3a+2 = -(2-a^2+2a)$$

$$2a^2+3a+2 = -2+a^2-2a$$

$$a^2+5a+4=0$$

$$\boxed{a_1=-4} \quad \boxed{a_2=-1}$$

$\boxed{a=-1}$ يحقق الشرطين معاً.

اذاً:

$$\boxed{Z_1 = 1+i} \qquad \boxed{Z_2 = 1-i}$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\boxed{Z_1 = \sqrt{2}\,cis\,45} \qquad \boxed{Z_2 = \sqrt{2}\,cis\,-45}$$

(ب)

مطبق n $\quad W_1=\left(\frac{z_1}{\sqrt2}\right)^{4n} \quad W_2=\left(\frac{z_2}{\sqrt2}\right)^{4n+2}$

$$W_1=\left(\frac{\sqrt2\, cis 45}{\sqrt2}\right)^{4n}=(cis\,45)^{4n}=\left((cis\,45)^4\right)^n$$

$$=(cis\,4\cdot45)^n=(cis\,180)^n=[\cos180+i\sin(180)]^n$$

$$[-1+0]^n$$

$=(-1)^n=$ عدد حقيقي.

صاف (نقي).

$$W_2=\left(\frac{z_2}{\sqrt2}\right)^{4n+2}=\left(\frac{\cancel{\sqrt2}\, cis(-45)}{\cancel{\sqrt2}}\right)^{4n+2}=(cis(-45))^{4n+2}$$

$$=[cis(-45)]^{4n}\cdot[cis(-45)]^2=[cis\,4(-45)]^n[cis(-90)]$$

$$=\underbrace{cis(-180)^n}_{(-1)^n}\cdot[\underbrace{\cos(-90)}_{0}+\underbrace{i\sin(-90)}_{-i}]=(-1)^n\cdot(-i)$$

$W_2=(-1)^n(-i)=$ تخيلي نقي

(ج)

$$W_2=(-1)^n(-i) \qquad W_1=(-1)^n$$

$$|W_2|=1 \quad , \quad |W_1|=1$$

ولذلك W_1 و W_2 يقعان على دائرة الوحدة

نفرض $z=x+iy$ إذن

$|z-p|=m$ $\quad m>0$ لان m هو القيمة المطلقة لعدد

$$\Rightarrow |x+iy-p|=m \Rightarrow \sqrt{(x-p)^2-p^2}=m$$

$$(\ )^2 \Rightarrow (x-p)^2+y^2=m^2$$

ولكي تصف هذه المعادلة دائرة الوحدة وعندها سيقع

z_1 و z_2 عليها يجب أن يتحقق $m^2=1 \Leftarrow \boxed{m=1}$ $(m>0)$

وعندها $\boxed{p=0}$ ونحصل على معادلة دائرة الوحدة $x^2+y^2=1$

سؤال 4

$$f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}+m}{4}$$

معلوم أن $y=-1$ هو خط تقارب أفقي

1.P) مجال تعريف الدالة هو R - الدالة معرفة لكل x.

2.P) واضح أنه اذا كان $x\to\infty$ اذا $f(x)\to\infty$ (البسط سيكبر)

اذا $y=-1$ هو خط تقارب عندما $x\to-\infty$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{e^{2x}-3e^{x}+m}{4}\to \underbrace{e^{-\infty}}_{0}-\underbrace{3e^{-\infty}}_{0}+m\to\frac{m}{4}$$

$$\to\frac{m}{4}=-1 \Rightarrow \boxed{m=-4}$$

$\Uparrow$

$y=-1$ هو خط التقارب

$x\to-\infty$

3.P) تقاطع مع المحاور:

مع x $\Leftarrow$ $f(x)=0$

$$f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}-4}{4}=0$$

$$e^{2x}-3e^{x}-4=0 \Rightarrow (e^{x}-4)(e^{x}+1)=0$$

$e^{x}-4=0$ أو $e^{x}+1=0$

موجب دائماً

$e^{x}=4$

$\boxed{x=\ln 4}$

تقاطع مع x

$\boxed{(\ln 4,0)}$

تقاطع مع y $\Leftarrow$ $x=0$

$$f(0)=\frac{e^{0}-3e^{0}-4}{4}=\frac{1-3-4}{4}=\frac{-6}{4}=-1.5$$

$\boxed{(0,-1.5)}$

4 أ

النقاط القصوى تحقق $f'(x)=0$

$$f(x)=\frac{e^{2x}-3e^{x}-4}{4}$$

$$f'(x)=\frac{1}{4}\left(2e^{2x}-3e^{x}\right)=\frac{2e^{2x}-3e^{x}}{4}$$

$$\boxed{f'(x)=\frac{2e^{2x}-3e^{x}}{4}}$$

$$2e^{2x}-3e^{x}=0 \Longrightarrow e^{x}(2e^{x}-3)=0$$

موجب لكل x

$$2e^{x}-3=0$$

$$e^{x}=1.5 \Rightarrow \boxed{x=\ln 1.5}$$

نصنف النقطة بواسطة المشتقة الثانية $f''(x)$

$$f''(x)=\frac{1}{4}\cdot\left(2\cdot 2e^{2x}-3\cdot e^{x}\right)=e^{2x}-\frac{3}{4}e^{x}$$

$$f''(\ln(1.5))=e^{2\ln(1.5)}-\frac{3}{4}\cdot e^{\ln(1.5)}=2.25-\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=1\tfrac{1}{8}>0$$

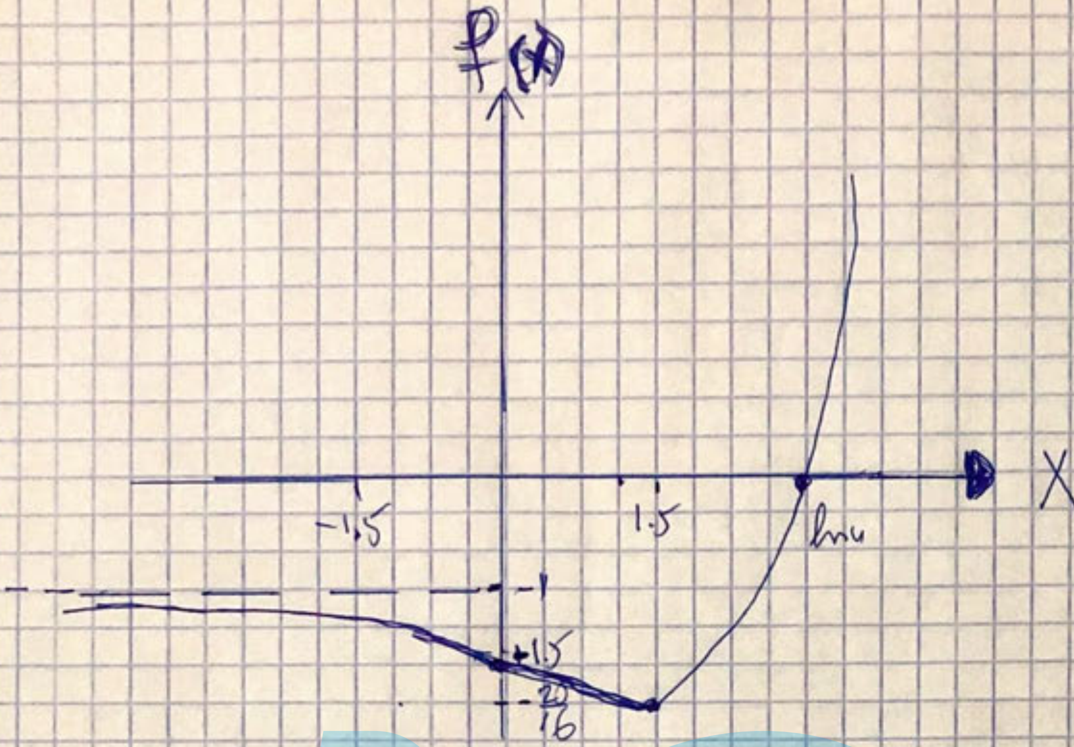
اذاً $x=\ln(1.5)$ هي نقطة نهاية صغرى

$$f(\ln(1.5))=\frac{e^{2\ln(1.5)}-3e^{\ln(1.5)}-4}{4}$$

$$f(\ln(1.5))=\frac{2.25-3(1.5)-4}{4}=\frac{-25}{16}$$

اذاً: $\left(\ln(1.5),-\frac{25}{16}\right)$ نقطة نهاية صغرى محلية.

ب



1. أ $g(x) = \frac{1}{f(x)} + 1$

مجال تعريف الدالة $g(x)$ هو $f(x) \neq 0$

وبحسب بند 3.أ $x \neq \ln 4$ هو مجال تعريف $g(x)$

$(f(\ln 4) = 0)$

2. أ

$x = \ln 4$ هو نقطة صفرية لمقام الدالة $g(x)$

ولكنه لا تُصفّر البسط اي البسط نقطه صفريه للبسط

لذلك $\boxed{x = \ln 4}$ خط تقارب عمودي للدالة $f(x)$

خط تقارب أفقي

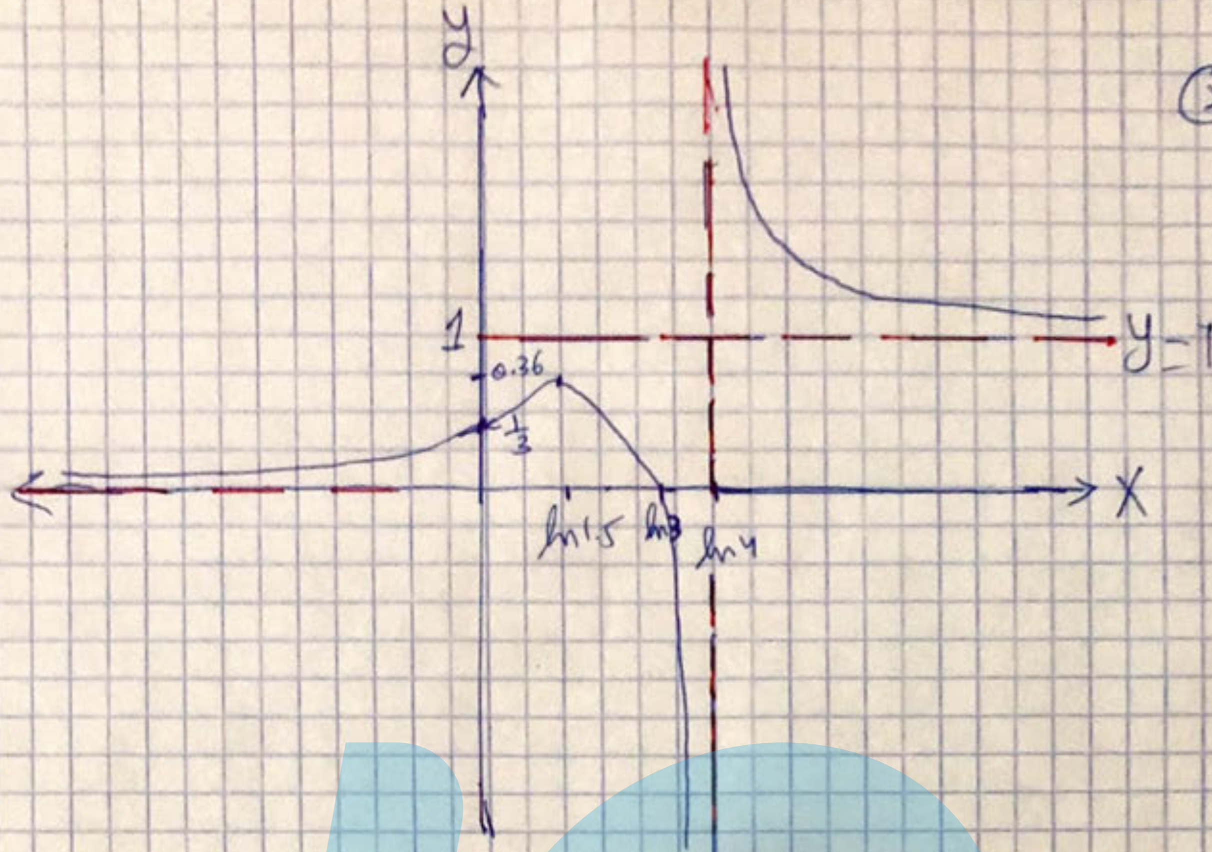
$$\lim_{x \to \infty} g(x) = \lim_{x \to \infty} \frac{1}{f(x)} + 1 = \frac{1}{\infty} + 1 = 0 + 1 = 1$$

اذاً $\boxed{y = 1}$ خط تقارب لـ $g(x)$ $(x \to \infty)$

$$\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{f(x)} + 1 = \frac{1}{-1} + 1 = -1 + 1 = 0$$

اذاً $\boxed{y = 0}$ هو خط تقارب افقي

للدالة $g(x)$ $\boxed{x \to -\infty}$



توضيح وشرح للرسم : $g(x)=\frac{1}{f(x)}+1$

الدالة $g(x)$ عملياً هي ازاحه عموديه بمقدار وحدة واحدة لمقلوب الدالة $f(x)$.

وبسبب العلاقة بين الدالة ومقلوبها :

* تتبدل المجالات التصاعديه والتنازليه وتتغير نوع النقاط القصوى من min الى max وبالعكس.

لذلك : $x=\ln 1.5$ تصبح نقطة مكسيمم ل $g(x)$

$$g(\ln 1.5)=\frac{1}{f(\ln 1.5)}+1=0.36 \Rightarrow (\ln 1.5,\ 0.36)\ \max$$

والتقاطع مع x هو :

$$g(0)=\frac{1}{f(0)}+1=\frac{1}{-1.5}+1=\frac{-2}{3}+1=\frac{1}{3}$$

تقاطع $g(x)$ مع المحور x

$$0=\frac{1}{f(x)}+1 \to -1=\frac{1}{f(x)} \Rightarrow \frac{1}{-1}=\frac{f(x)}{1} \Rightarrow -1=f(x)$$

$$\frac{e^{2x}-3e^{x}-4}{4}=-1 \Rightarrow e^{2x}-3e^{x}\cancel{-4}=\cancel{-4} \to e^{x}(e^{x}-3)=0$$

$$g(\ln 3)=0 \Leftarrow \boxed{x=\ln 3}$$

(ه) نحسب المعطى $0<t<\ln 4$ ونبحث عن أكبر قيمة $\int_0^t g(x)dx$

في المجال $0<t<\ln 4$. الدالة $g(x)$ موجبة لكل $0<t<\ln 3$
وبعدها تصبح سالبة في $\ln 3<x<\ln 4$

إذاً $g(x)>0$ لكل $0<x<\ln 3$

$g(x)=0$ $\quad x=\ln 3$

$g(x)<0$ $\quad \ln 3<x<\ln 4$

وبما أن التكامل يعبر عن المساحة بين الدالة والمحور X،
عندما تكون الدالة موجبة وعندما تكون سالبة فالتكامل المحدود
يعطينا مقدار سالب الذي يعبر عن مضاد المساحة.
لذلك التكامل المطلوب يحصل على أكبر قيمة في النقطة الصفرية
للدالة $g(x)$ أي في $\ln 3$ لأنه لكل $0<t\leq\ln 3$
كلما تكبر t ستكبر المساحة بين الدالة والمحور X
ومن ثم تكبر، تصغر لأن الدالة $g(x)$ تصبح سالبة.
إذاً أكبر قيمة ممكنة $\int_0^t g(x)dx$ تكون عندما $\boxed{t=\ln 3}$

سؤال 5

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$$

أ.1 مجال تعريف الدالة :

مجال تعريف $f(x)$ يشمل شرطين مجتمعين :

I $\ln(x)$ معرفة $\Leftarrow x > 0$

II $(\ln(x))^2 - 1 \neq 0$ دائماً

$$\Downarrow$$

$$(\ln x)^2 \neq 1$$

$$\ln x \neq \pm 1$$

$\boxed{x \neq e}$ أو $\boxed{x \neq \frac{1}{e} \approx 0.37}$

اذاً مجال تعريف الدالة : $x > 0$ بحيث ان $x \neq e, \frac{1}{e}$

ويمكن كتابته كالتالي :

$$0 < x < \frac{1}{e} \ , \ \frac{1}{e} < x < e \ , \ x > e$$

أ.2 خطوط تقارب :

$\boxed{x = e}$, $\boxed{x = \frac{1}{e}}$ خطوط تقارب عمودية (المقام $\neq 0$)

نفحص تصرف الدالة في طرف المجال: $x = 0$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \cong \frac{\ln(0.0001)^2}{\ln(0.0001)^2 - 1} \cong 1$$

$\boxed{\text{اذاً } (0,1) \text{ ثقب}}$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) \Rightarrow \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2} = 1 \Longrightarrow \boxed{y = 1}$$

خط تقارب افقي

3.P

$$f(x) = \frac{(\ln(x))^2}{(\ln(x))^2 - 1}$$

$$f'(x) = \frac{\left[2 \cdot \ln(x) \cdot \frac{1}{x}\right]\left[(\ln(x))^2 - 1\right] - \left[2\ln(x) \cdot \frac{1}{x}\right]\left[(\ln(x))^2\right]}{\left[(\ln(x))^2 - 1\right]^2}$$

$$f'(x) = \frac{2 \cdot \frac{\ln x}{x} \cdot \left[\cancel{(\ln x)^2} - 1 - \cancel{(\ln(x))^2}\right]}{\left[(\ln(x))^2 - 1\right]^2} = \frac{-2\ln x}{x \ln\left[\ln(x)^2 - 1\right]^2}$$

$$\boxed{f'(x) = \frac{-2\ln x}{x\left[(\ln(x))^2 - 1\right]^2}} \Longrightarrow$$

مقام المشتقة دائماً موجب $(x>0)$ ولذلك إشارة المشتقة تتحدد حسب إشارة البسط

$$f'(x) = 0 \longrightarrow -2\ln x = 0 \Longrightarrow \boxed{x = 1}$$

نصنف النقطة $x=1$ بواسطة جدول ونحدد المجالات التصاعدية والتنازلية حسبها :-

x	0	$0<x<\frac{1}{e}$ ($\frac{1}{2e}$)	$\frac{1}{e}$	$\frac{1}{e}<x<1$ ($x=\frac{1}{2}$)	1	$1<x<e$ ($x=2$)	e	$x>e$
f'	////	$+$	//	$+$	0	$-$	//	$-$
f	////	↗	//	↗	0 max	↘	//	↘

$$f'\left(\frac{1}{2e}\right) = \frac{-2\ln\frac{1}{e}}{+} = \frac{-\cdot-}{+} = + > 0$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-2 \cdot \ln\frac{1}{2}}{+} = \frac{-\cdot-}{+} > 0$$

$$f'(e) = \frac{-2 \cdot \ln 2}{+} = \frac{-}{+} < 0$$

$$f'(e^2) = \frac{-2 \cdot \ln e^2}{+} = \frac{-}{+} < 0$$

$$f(1) = \frac{(\ln(1))^2}{(\ln(1))^2 - 1} = 0$$

مجالات تصاعدية

$0 < x < \frac{1}{e}$

$\frac{1}{e} < x < 1$

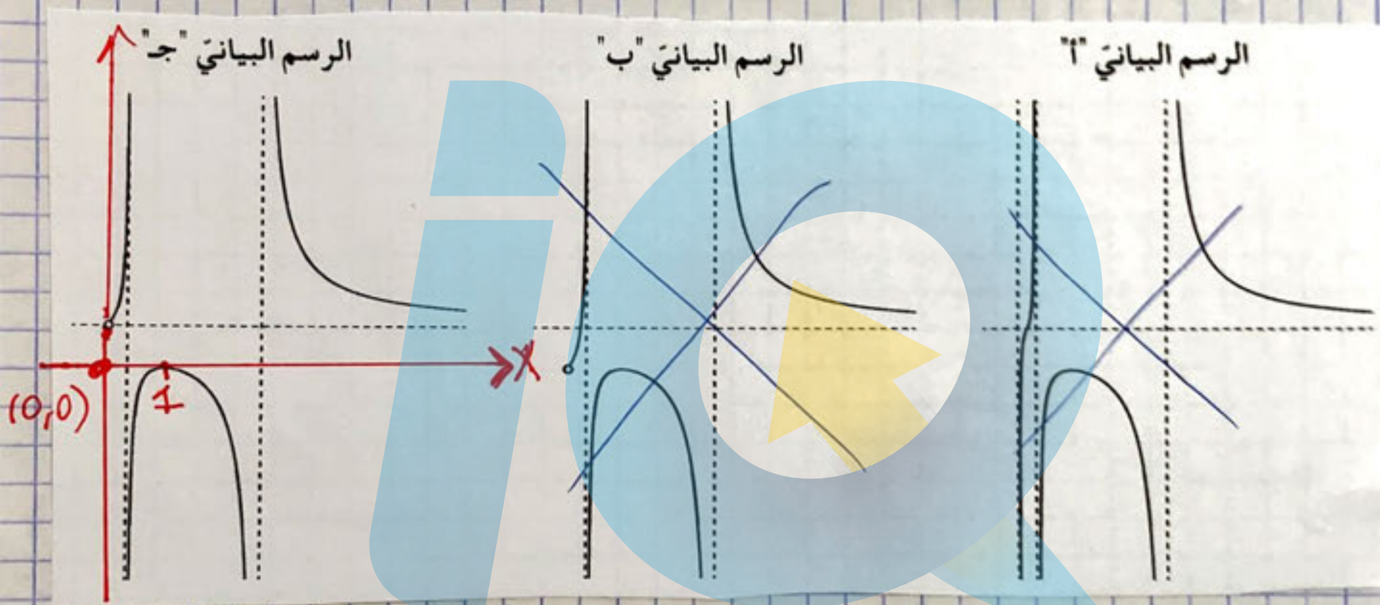
مجالات تنازلية

$1 < x < e$

$x > e$

$(1, 0)$ max

ب) بحسب نتائج البحث في البند (أ) فإن النقطة (0,1) تقع
على خط التقارب الافقي هو $y=1$ لذلك الثقب
سوف يقع على خط التقارب الأفقي ولذلك
الرسم الملائم هو رسم (ج) لأنه يطابق نتائج البحث من أ
نقطة ال max للدالة هي (0,1) لذلك صفر الدالة
سيقع على المحور x . من هنا محور x سيمر في نقطة
الصفر للدالة . والمحور y سيكون في نقطة الثقب.



1. أ لا يوجد حل للمعادلة $f(x)=1$ لأن النقطة (0,1)
هي ثقب والمستقيم $y=1$ لا يقطع الرسم البياني
بأي نقطة عدا الثقب.

2. حل وحيد سيكون عندما يمر المستقيم $y=k$ في نقطة المبدأ
أي $y=0 \Leftarrow \boxed{k=0}$

$h(x) = (\ln(x))^2 + 1 \qquad g(x) = \frac{1}{f(x)-1}$ 5

ABCD مستطيل بحيث A و B هي النقاط
التي فيها $g(x)$ غير معرفة. وبما ان $f(x) \neq 1$ ابداً
بسبب البند $\boxed{II.A}$ لذلك g غير معرفة في النقاط
التي فيها $f(x)$ غير معرفة فقط اي في النقاط:

$x = e$ و $x = \frac{1}{e}$ وبما ان A و B تقعان على المحور x

إذاً: احداثيات A و B : $\overset{B}{(e,0)}$ و $\overset{A}{(\frac{1}{e},0)}$

النقاط D و C تقع على $h(x)$
لـ C و D يوجد نفس الاحداثي x للنقاط A و B
لـ C نفس الاحداثي x لـ B $\Leftarrow$ $C:(e,h(e))$ $D(\frac{1}{e},h(\frac{1}{e}))$
لـ D نفس الاحداثي x لـ A

$$h(e) = (\ln(e))^2 + 1 = 1^2 + 1 = 2 \Rightarrow C(e,2)$$

$$h(\tfrac{1}{e}) = (\ln(\tfrac{1}{e}))^2 + 1 = (-1)^2 + 1 = 2 \Rightarrow D(\tfrac{1}{e},2)$$

$S_{ABCD} = AC \cdot DC$

$BC = 2 - 0 = 2$

$DC = e - \frac{1}{e}$

$$S_{\square ABCD} = 2\left(e - \frac{1}{e}\right) = 2\cdot\left(\overbrace{2.718 - \frac{1}{2.718}}^{2.35}\right)$$

$$\boxed{S_{\square ABCD} = 4.7}$$